ALDAGAI ERREALEKO FUNTZIO ERREALAK (17/18 – 18/19)

(Definizio-eremuak, limiteak, jarraitutasuna, deribatuak eta diferentziala. Gradientea. Funtzio konposatuak)

1.- Aurkitu analitiko eta grafikoki $f(x,y)=\arcsin(x-1)+\mathrm{L}\left(2y-y^2\right)+\sqrt{\dfrac{xy-1}{2-xy}}$ funtzioaren definizio-eremua.

2.- Aurkitu analitiko eta grafikoki $f(x,y)=\dfrac{\sqrt{\left(1-e^{x+y}\right)\left(e^{x-y}-1\right)}}{\mathrm{L}\left(4-x^2-y^2\right)}$ funtzioaren definizio-eremua.

3.- Aurki ezazu analitiko eta grafikoki funtzio honen definizio-eremua:

$$f(x,y)=\arccos\left(\frac{x}{3}\right)+\sqrt{\frac{5-|x|-|y|}{x^2+y^2-25}}+\mathrm{L}\left(\sin(\pi x)\right)$$

4.- Aurki ezazu analitiko eta grafikoki funtzio honen definizio-eremua:

$$f(x,y)=\mathrm{L}\left(y-\mathrm{L}(x-1)\right)+\mathrm{L}\left(x-\mathrm{L}(y-1)\right)+\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2-1}$$

5.- Aurkitu analitiko eta grafikoki funtzio honen definizio-eremua:

$$f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2-\frac{1}{4}} + \arccos(y+4x) + \mathrm{L}(xy)$$

6.- $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^3+y^3}{x^2+y^2+y^4} & \forall(x,y)\neq(0,0)\\ A & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ funtzioa emanik,

a) Aurkitu $A\in\mathbb{R}$ parametroaren balioa, *f* jarraitua izan dadin (0,0) puntuan.

Aurreko atalean lortutako *A* parametroaren baliorako,

b) Kalkulatu *f* –ren deribatu partzialak (0,0) puntuan.

c) Aztertu *f* –ren diferentziagarritasuna (0,0) puntuan.

7.- Kalkulatu $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1-e^{2x-y}}{y-2x} & \forall(x,y)\,/\,y\neq 2x\\ e^y & \forall(x,y)\,/\,y=2x\end{cases}$ funtzioaren deribatu partzialak (0,0) puntuan.

8.- Hurrengo funtzioa emanik, $f(x,y)=\begin{cases}1+\dfrac{x^3}{x^2+y^2} & \forall(x,y)\,/\,y\neq 0\\ A & \forall(x,y)\,/\,y=0\end{cases}$, $A\in\mathbb{R}$.

a) Kalkulatu $f'_x(0,0)$ eta $f'_y(0,0)$

b) Aztertu *f*-ren diferentziagarritasuna (0,0) puntuan.

9.- Definitu $z=f(x,y)$ funtzio egokia, eta, bere diferentziala erabiliz, kalkulatu $\left(0.99\cdot e^{0.02}\right)^5$ -aren balio hurbildua.

10.- $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{e^{x^2y}-1}{x^2+y^2} & \forall(x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ funtzioa emanik,

a) Aztertu bere jarraitutasuna (0,0) puntuan.
b) Kalkulatu bere deribatu partzialak (0,0) puntuan.
c) Aztertu bere diferentziagarritasuna (0,0) puntuan.
d) Jarraituak dira *f*-ren deribatu partzialak (0,0) puntuan? Erantzuna arrazoitu.

11.- Aurkitu $f(x)=x\cdot e^{\sqrt{x^2+x^4}}$ funtzioaren deribatua $\forall x\in\mathbb{R}$.

12.- $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\sin\left(x^2-y^2\right)}{x-y} & \forall(x,y)\,/\,x\neq y\\ 2x & \forall(x,y)\,/\,x=y\end{cases}$ funtzioa emanik, kalkulatu $f'_x(1,1)$ eta $f'_y(2,3)$

13.- $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\mathrm{L}\left(x^n\cdot y+1\right)}{x^2+y^2} & \forall(x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ funtzioa emanik,

a) Estudia ezazu f -ren jarraitutasuna (0,0) puntuan, $\forall n\in\mathbb{N}$
b) Kalkula itzazu f'_x eta f'_y (0,0) puntuan, $\forall n\in\mathbb{N}$
c) Estudia ezazu f -ren diferentziagarritasuna (0,0) puntuan, $\forall n\in\mathbb{N}$

14.- $f(x,y)=\begin{cases}x^2+y^2 & \forall(x,y)\ /\ x\geq 0\\ \sqrt{x^2+y^2} & \forall(x,y)\ /\ x<0\end{cases}$ funtzioa emanik, kalkula itzazu f'_x eta f'_y (0,0) puntuan.

15.- $z(x,y)=x^2\cdot f(u)+g(v,w)$ funtzio diferentziagarria emanik (*f* eta *g* ere funtzio diferentziagarriak izanik), non $\begin{cases}u=3x+y\\ v=2xy\\ w=y^2\end{cases}$, eta, $\begin{cases}f(4)=3\\ f'(4)=1\\ g(2,1)=-1\\ g'_v(2,1)=2\\ g'_w(2,1)=-2\end{cases}$ ezagutuz, kalkulatu $\overrightarrow{\nabla z}(1,1)$

16.- $f(x,y)=\dfrac{1-xy}{z}$ funtzioa emanik, $P(x,y,z)=(1,1,1)$ puntuan diferentziagarria, $\vec{u}$ bektore unitarioa existitzen da non $\left.\dfrac{df}{d\vec{u}}\right|_P=\sqrt{3}$?

17.- $z=f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^4+y^4}{2(x^2+y^2)} & \forall(x,y)\neq(0,0)\\ a & \forall(x,y)=(0,0)\end{cases}$ funtzioa emanik, non $a\in\mathbb{R}$:

a) Aurkitu a parametroaren balioa f jarraitua izan dadin.

b) Aurkitutako a parametroaren baliorako, kalkulatu $f'_x(0,0)$ eta $f'_y(0,0)$

c) Estudiatu f -ren diferentziagarritasuna (1,0) puntuan.

d) Izan bedi $\vec{u}$ norabidea OX$^+$ ardatzarekin α angelua osatzen duena. Zein balio izango litzateke $\tan\alpha$, $\left.\dfrac{df}{d\vec{u}}\right|_{(1,0)} = \dfrac{1}{2}$ izan dadin?

18.- Kalkulatu *a*–ren eta *b*–ren balioak $f(x,y) = e^{2ax+by} \cdot \cos(x+y)$ funtzioaren deribatu direkzional maximoa (0,0) puntuan $3\sqrt{2}$ izateko, lehenengo koadrantearen erdikariaren norabidean.

19.- $F(a) = \int_0^{a^2} \arctan\left(\dfrac{x}{a}\right) dx$ funtzioa emanik, kalkulatu $F'(a)$ deribazio parametrikoa erabiliz.